1.10) Para saber si un conj. es LI, puedo armar la matriz con los vectores del conjunto como filas y triangular, si no se anula ninguna fila, es LI.

a) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix} \right\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 3 & 5 & -6 \\ 0 & -5 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 \to 3F_1 - F_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & -5 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 \to 5F_2 + 4F_3}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$$ No se anuló ninguna fila, es LI

b) $\{1+3x-2x^2;\ 3+5x-6x^2;\ -5x+6x^2\}$

$\alpha_1 . (1+3x-2x^2) + \alpha_2 . (3+5x-6x^2) + \alpha_3 . (-5x+6x^2) = 0$

Para que sea LI, esta ecuación debe cumplirse sólo para $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$.

$\to \alpha_1 + 3x\alpha_1 - 2x^2\alpha_1 + 3\alpha_2 + 5x\alpha_2 - 6x^2\alpha_2 - 5x\alpha_3 + 6x^2\alpha_3 = 0$

$\underbrace{(\alpha_1 + 3\alpha_2)}_{\mathrm{I}} + \underbrace{(3\alpha_1 + 5\alpha_2 - 5\alpha_3)}_{\mathrm{II}} . x + \underbrace{(-2\alpha_1 - 6\alpha_2 + 6\alpha_3)}_{\mathrm{III}} x^2 = 0$

Para que este polinomio de 0 $\forall x$, I, II y III deben ser 0.

$$\to \begin{cases} \alpha_1 + 3\alpha_2 = 0 \\ 3\alpha_1 + 5\alpha_2 - 5\alpha_3 = 0 \\ -2\alpha_1 - 6\alpha_2 + 6\alpha_3 = 0 \end{cases}$$

Armo la matriz asociada y triangulo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & -5 \\ -2 & -6 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} F2 \to 3F1-F2 \\ F3 \to 2F1+F3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to \alpha_1 + 3\alpha_2 = 0 \to \alpha_1 = 0 \\ \to 4\alpha_2 + 5\alpha_3 = 0 \to \alpha_2 = 0 \\ 6\alpha_3 = 0 \to \alpha_3 = 0 \end{matrix}$$

Como $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ es LI.

Podría haber armado desde un primer momento la misma matriz de a) y usar el mismo procedimiento (con los coefic. del polinomio).

c) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \right\}$

$$\alpha_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + \alpha_2 \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = 0.$$

Para que sea LI, esto se tiene que cumplir sólo con $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$.

$$\to \begin{bmatrix} \alpha_1 + 3\alpha_2 & 3\alpha_1 + 5\alpha_2 - 5\alpha_3 \\ 0 & -2\alpha_1 - 6\alpha_2 + 6\alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ecuac.:

$$\begin{cases} \alpha_1 + 3\alpha_2 = 0 \\ 3\alpha_1 + 5\alpha_2 - 5\alpha_3 = 0 \\ 0 = 0 \checkmark \\ -2\alpha_1 - 6\alpha_2 + 6\alpha_3 = 0 \end{cases}$$

Armo la matriz asociada y triangulo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & -5 \\ -2 & -6 & 6 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{pmatrix}$$ Misma matriz asociada q' en b) → es LI